

Tutorato di AC310

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. Pierpaolo Esposito

Tutori: Dario Giannini e Giulia Salustri

TUTORATO 7

7 DICEMBRE 2012

1. Sviluppare in serie di Laurent la funzione:

$$f(z) = \frac{2z + 3}{z^2 + 3z + 2}.$$

2. Determinare la corona circolare di convergenza della seguente serie di Laurent:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(3 + 4i)^n}{(z + 2i)^n} + \sum_{n \geq 0} \left(\frac{z + 2i}{6} \right)^n.$$

3. Determinare la corona circolare di convergenza della seguente serie di Laurent:

$$\sum_{n \geq 1} \left(\frac{2}{z} \right)^n + \sum_{n \geq 0} \left(\frac{z}{4} \right)^n$$

In tale corona si determini la funzione $f(z)$ somma della serie. Dopo aver verificato che questa è una funzione razionale, se ne calcolino i residui nei suoi poli.

Si calcolino inoltre gli integrali:

$$\Gamma(k) = \int_{\Gamma(k)} f(z) dz$$

dove $\Gamma(k)$ è la circonferenza di centro 0 e $k = 1, 3, 5$.

4. Trovare il numero di zeri di $f(z) = z^4 + 12z^3 + 3z^2 - 2z - 1$ in $B_{10}(0) - B_1(0)$.

5. Calcolare i seguenti integrali:

(a) $\int_{|z|=1} e^{-\frac{1}{z}} \sin\left(\frac{1}{z}\right) dz;$

(b) $\int_{|z|=2} \frac{z + 1}{z(z - 3)(z^2 + 1)} dz;$

(c) $\int_0^{\Pi} \tan(t + i) dt;$

(d) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx;$

(e) $\int_{|z|=10} \frac{2z^3 + 15z^2 + 35z + 25}{z^4 + 10z^3 + 35z^2 + 50z + 24} dz.$

6. Sia $f(z) = \frac{(z+1)^2}{(z^2+2z+2)^3}$.

Calcolare $\int_{|z|=4} \frac{\dot{f}}{f} dz$.